دانشگاه تهران
دانشکدگان فنی
دانشکده مهندسی نقشه برداری و اطلاعات مکانی

گزارش پروژه سوم درس ژئودزی هندسی

دوره کارشناسی–سال تحصیلی ۱۴۰۱–۱۴۰۰

هندسه بیضوی دو محوری (دورانی)

دانشجـــــویان:

محمد سلمانی
شماره دانشجویی: ۸۱۰۳۹۸۰۸۳

گلسا طالبی
شماره دانشجویی: ۸۱۰۳۹۸۰۹۰

یاسمن بوستانی
شماره دانشجویی: ۸۱۰۳۹۸۰۷۰

مرداد ماه ۱۴۰۱

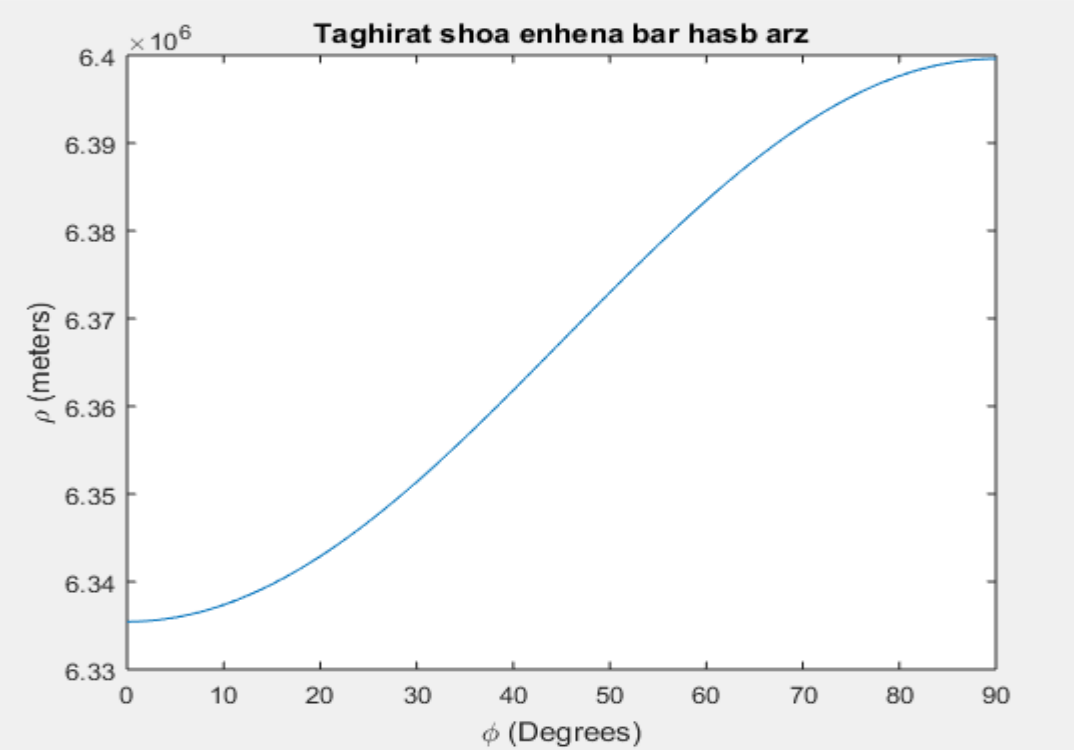
قسمت اول:

الف :در رابطه ی شعاع انحنا مشخص کنید پارامترهای **e**، **a** و **φ**مربوط به کدام یک از پارامترهای هندسی در بیضی هستند؟

پارامتر **e** همان پارامتر خروج از مرکز است. این پارامتر در دسته پارامتر های شکل قرار می‌گیرد. پارامتر**a** نیم قطر بزرگ بیضی است که در دسته پارامتر اندازه جا دارد.پارامتر **φ** عرض ژئودتیک است. این عرض زاویه‌ای است که راستای عمود بر خط مماس بر بیضی، با محور X ها می‌سازد. پارامتر های شعاع انحنا برحسب این عرض محاسبه می‌شود.

ب :برای یک بیضوی دلخواه از جدول (۱)، مقدار شعاع انحنا را به ازای عرضهای مختلف (به طور مثال از ۰ تا با ۹۰ درجه با طول گام ۰,۵ درجه‌ی کمانی) از استوا تا قطب محاسبه کنید و نمودار تغییرات آن را برحسب عرض را ترسیم کنید. مشاهدات خود از این نمودار را بیان کنید. تغییرات شعاع انحنا برای بیضوی مرجع زمین از استوا تا قطب چقدر است؟ این تغییرات کاهشی یا افزایشی است؟ رفتار کاهشی یا افزایشی را چگونه توجیه میکنید؟

نمودار این تغییرات به صورت زیر است:



همانطور که از نمودار پیداست این تغییرات از استوا تا قطب افزایشی است. می دانیم کـه رابطـه شـعاع انحنـا بـا انحنا عکس هم است، به این صورت که هرچقدر شعاع انحنا بیشتر باشد، انحنا کمتر است. باتوجه به این گفته ها از نمودار برداشت می شود که هرچقدر از استوا به سمت قطبین میرویم با زیاد شدن شعاع انحنا، انحنـا کـم مـی شود که این دقیقا مطابق انتظار ما است.

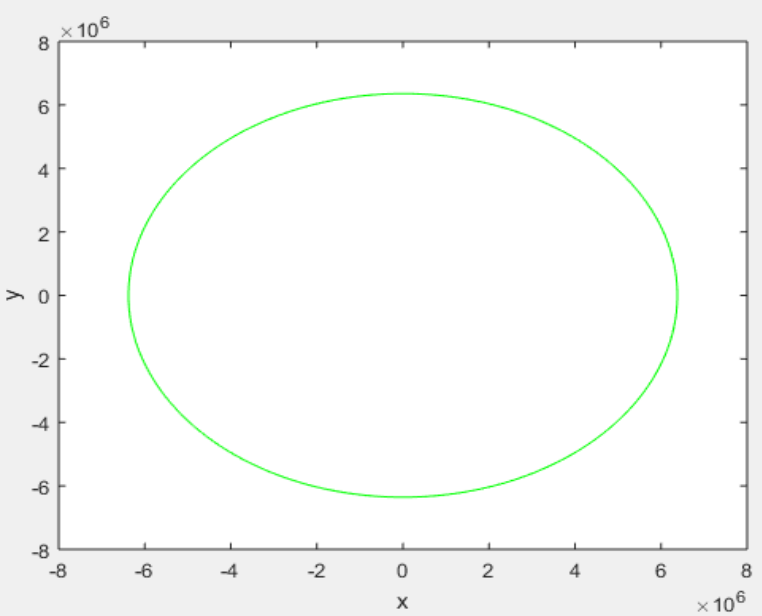
پ:

به منظور ترسیم بیضی با استفاده از روابط قطبی، به جدول انتهای فایل مراجعـه کـرده و اطلاعـات مربـوط بـه بیضوی مرجع WGS 84 را استخراج می کنیم.

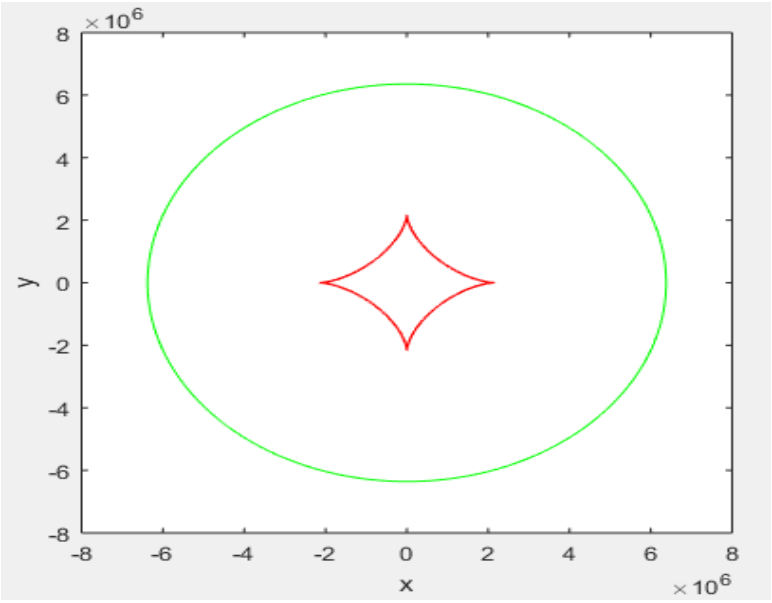
این اطلاعات به شرح زیر است:

```
a = 6378137;
b = 6356752.3142;
```

در ادامه پس از تعریف عرض کاهش یافته و پلات آن نتیجه به صورت زیر می شود:



و پس از رسم گسترده بیضی به شکل زیر می رسیم:

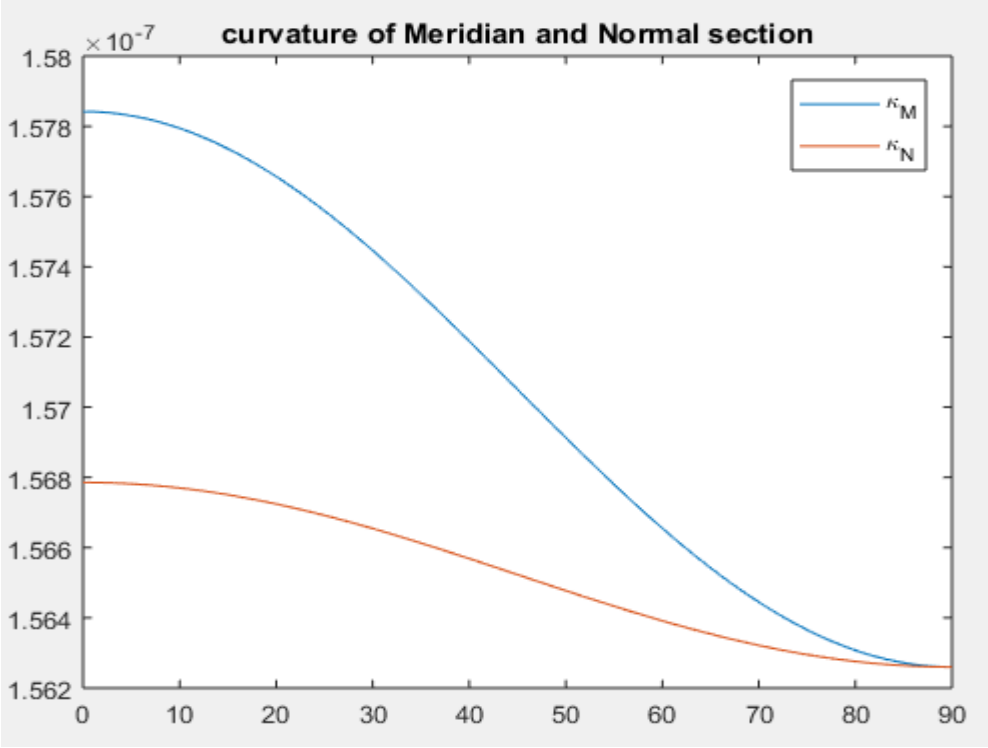


در روابط مرکز انحنا و روابط قطبی بیضی، ψ معادل عرض کاهش یافته است. این عرض به این صورت به دست می آید: هر نقطه روی بیضی را به نقاط روی دایره کمکی وصل کرده و خط عبور کننده از دایره کمکی ها را به مرکز وصل می کنیم. زاویه ای که این خط با محور x ها می سازد را ψ یا همان عرض کاهش یافته می نامیم.

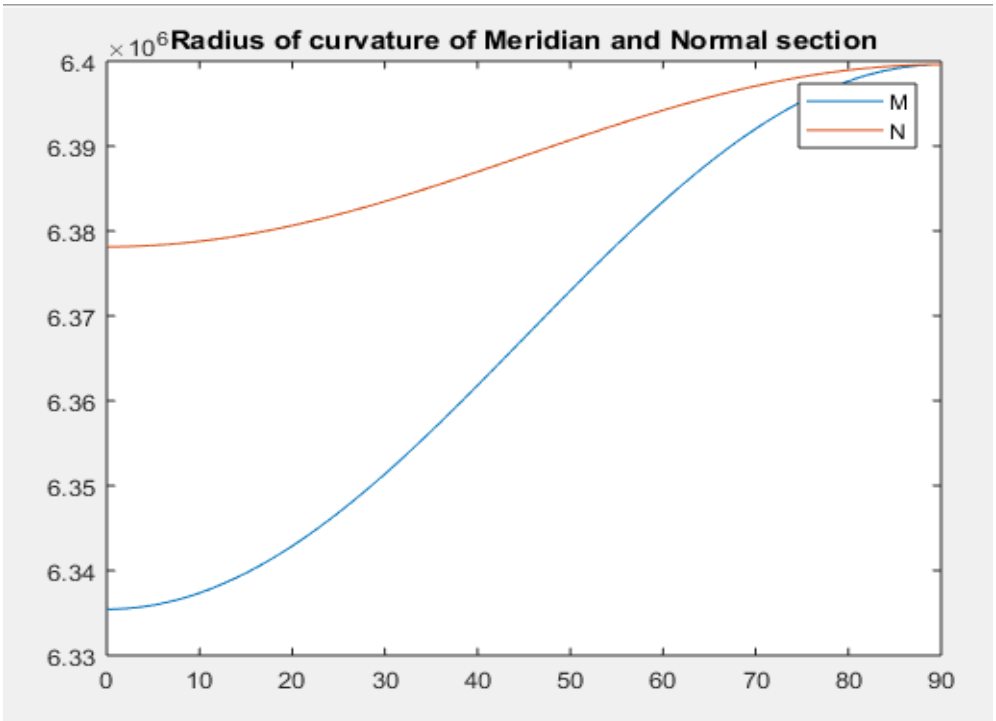
قسمت دوم:

الف: نمودار تغییرات انحنا و شعاع انحنا مقاطع نصف النهاری و قائم اولیه را نسبت به تغییرات عرض ژئودتیک از استوا تا قطب با استفاده از روابطزیر در یک گراف در کنار هم ترسیم کنید. مشاهدات خود از این نمودار را تفسیر کنید .

نمودار تغییرات انحنا به شرح زیر است:



و نمودار تغییرات شعاع انحنا مقاطع نصف النهاری به صورت زیر است:



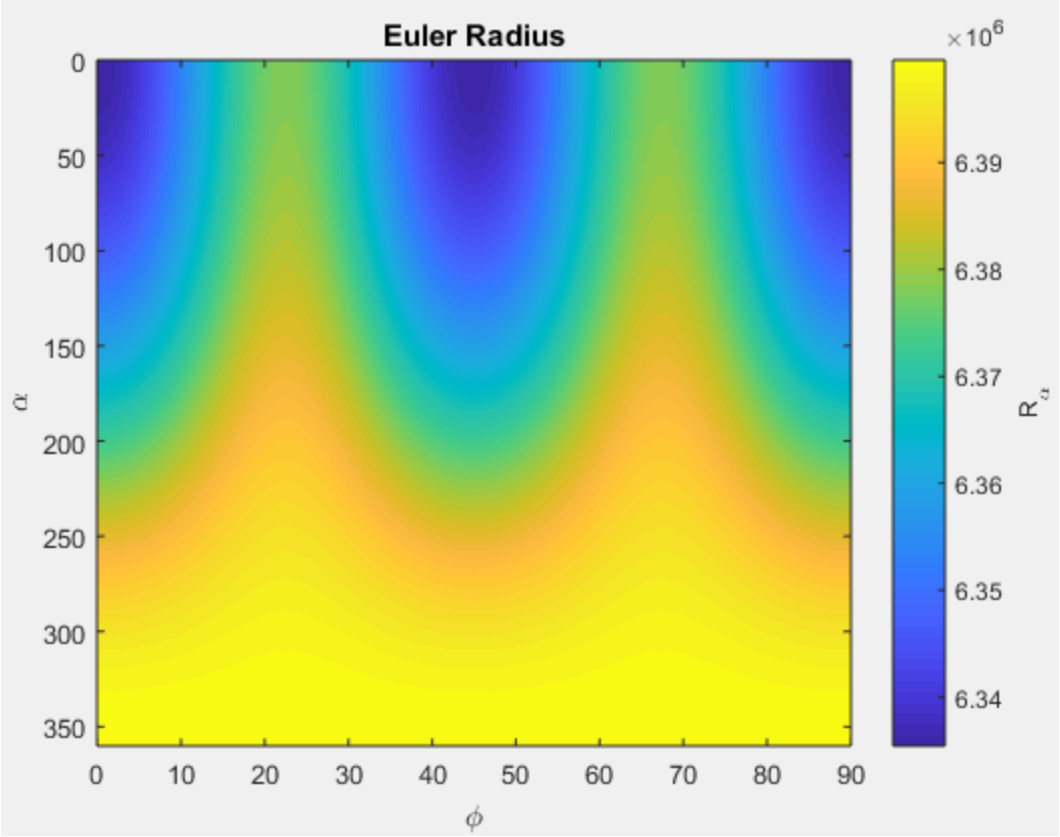
همانطور که می دانیم، انحنا برابر با عکس شعاع انحنا است، و همانطور که انتظار داشتیم رفتار نمودار ها صادق این موضوع می باشد. به همین دلیل به تحلیل یکی از نمودار ها می پردازیم.

از تمرین قبل متوجه شدیم که طول یک درجه از کمان در استوا کمتر از قطب است و گفتیم این به آن معنا است که انحنا د راستوا بیشتر است و هرچقدر به قطبین پیش می رویم انحنا کم و کمتر می شود.

در نمودار انحنا هم این موضوع پیداست. همانطور که انتظار داشتیم، مقدار انحنا رفته رفته از استوا تا قطب کمتر می شود. از آن جا که برای این محاسبه این دو انحنا از روابط شعاع انحنا مقاطع قایم اولیه و نصف الانهاری استفاده کردیم پس این انحنا ها همان انحنا های ماکسیمم و مینیم ای است که می توان در یک نقطه از زمین تعریف کرد. لازم به ذکر است که مقادیر این انحنا ها در قطب حدودا به یک مقدار می رسد و این مقدار بسیار کمتر از مقدار انحنا مینیمم ای است که می توان برای هر نقطه روی بیضوی مرجع wgs84 تعریف کرد.

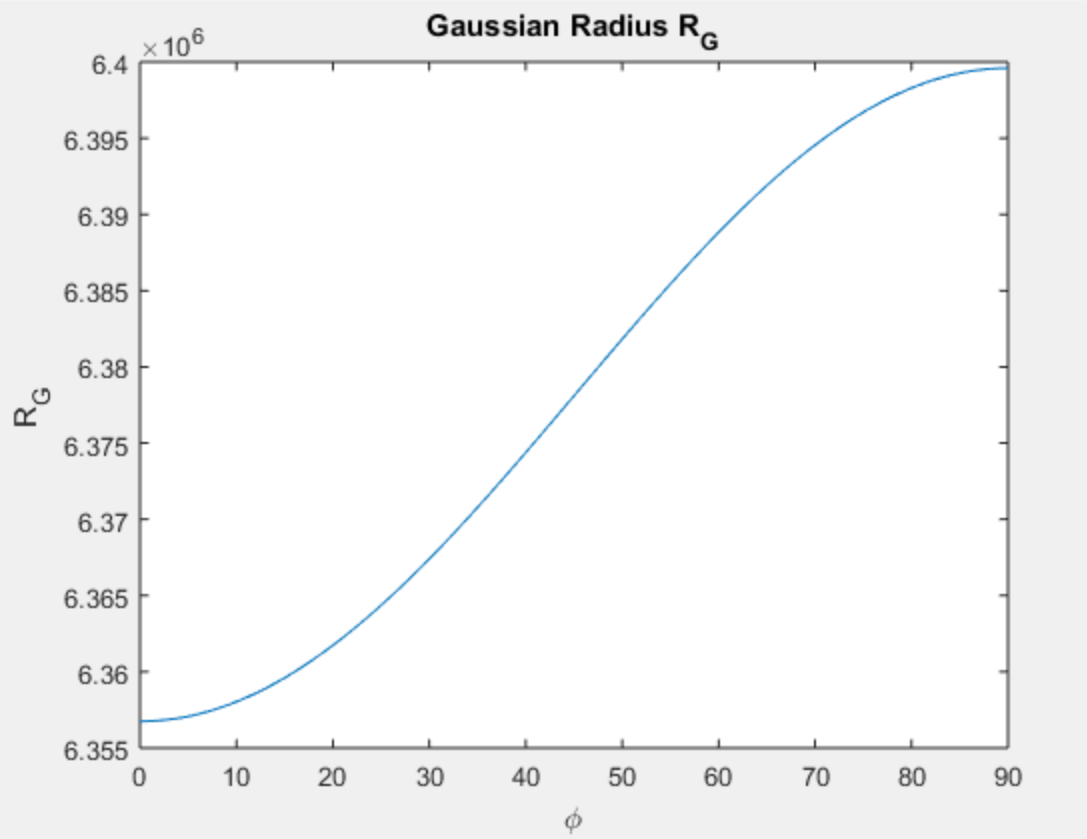
ب: تغییرات شعاع انحنا مقاطع سطحی دیگر را بر اساس آزیموت و عرض ژیودتیک محاسبه کنید و نمودار دو بعدی آن را ترسیم و تفسیر کنید.

این نمودار به صورت زیر است:



از این نمودار می توان فهمید که شعاع انحنا مقاطع، در عرض های . و ۹۰ ،آزیموت ۹۰ درجه به حداقل مقدار خود می رسند. همچنین وقتی عرض در بازه ی ۴۰-۵۰ و آزیموت بین ۰-۵۰ است این حداقل مقدار دیده می شود.

ج: تغییرات شعاع انحنا متوسط گوسی را نسبت به عرض ژیودتیک را از استوا تا قطب محاسبه کنید.
نمودار تغییرات این شعاع انحنا به صورت زیر است:



از آنجا که از استوا به قطب انحنا کاهش پیدا می کند، انتظار داریم که تغییرات شعاع انحنا معکوس این باشد . همانطور که از نمودار برمی آید، این تغییرات افزایشی است و مقادیر این تغییرات بین شعاع انحنا مینیمم و ماکسیمم می باشد.

قسمت سوم:

برای حل تبدیل معکوس و به دست آوردن عرض، همانطور که در فایل تمرین آمده است، به یک حد آستانه ای نیاز داریم.

این حد آستانه در کد با L تعریف شده و مقدار آن 1e-6 در نظر گرفته شده است.

مطابق مطالب مطرح شده در فایل تمرین، تبدیل معکوس انجام و مقادیر مختصات ژیودتیک محاسبه شد. در انتها برای مقایسه ی بهتر از تابع آماده متلب با نام ecef2geodetic هم برای محاسبه ی این مختصات استفاده شد و مشاهده شد که تفاوت ها در صد هزارم می باشد.

مقادیر محاسبه شده به دو روش به شرح زیر است:

	LAT	LON	H
ecef2geodetic Function	-54.8395245363312	-68.3035663157954	71.897749485448
calculated	-54.8395245412734	-68.3035663157954	71.8977796472609

حال اگر این مختصات ژیودتیک به دست آمده را بخواهیم به مختصات کارتزین تبدیل و تبدیل مستقیم را انجام دهیم به نتایج زیر می رسیم:

	X	Y	Z
File	1360918.92685	-3420457.95694	-5191175.19087
calculated	1360918.92685	-3420457.95694	-5191175.19174748

می بینیم که برای مقادیر Z در ارقام اعشاری تفاوت هایی وجود دارد.

موضوع مطالعه بیشتر)

در مورد جزیئات سفر، روش های اندازه گیری و در نهایت دلایل زیرسوال رفتن نتایج موپرتوئی تحقیق کنید.

تفاوت عرض جغرافیایی نقاط انتهایی با به دست اوردن عرض جغرافیایی نقاط با استفاده از مشاهدات ستاره ای به دست آمد . در حقیقت آنچه مشاهده شد ارتفاع یا زاویه ارتفاع ستاره بالای افق بود.

فاصله بین نقاط انتهایی با استفاده از روش مثلث بندی تعیین شد. در ابتدا یک فاصله نسبتا کوتاه به عنوان یک خط مبنا با میله روی رودخانه تورن اندازه گیری شد. در مرحله بعد، زوایای افقی در شبکه مثلث بندی اندازه گیری شد. در این شبکه نقاط پایانی خط مبنا گنجانده شده است. در نهایت، با استفاده از مثلثات (کروی)،

فاصله بین نقاط انتهایی جنوبی و شمالی نصف النهار را می توان از طول خط مبنا و زوایای شبکه مثلثی محاسبه کرد. اکنون با دانستن فاصله و همچنین اختلاف عرض جغرافیایی قوس نصف النهار، می توان انحنای آن را محاسبه کرد.

نتایج موپرتوئی خطای زیادی داشت که بعد ها توسط محققان دیگر مورد توجه قرار گرفت. هرچند که کلیت این نتایج درست بود ولی خطاهایی به دلایل مختلف وجود داشت. یکی از این دلایل نادیده گرفتن خطای انکسار و انحرافات عمودی بود که تغییر زیادی در محاسبات نشان می داد. در سال ۱۸۰۵ سوانبرگ مجددا اندازه گیری قوس در منطقه را انجام داد و فهمید که این قوس بلند تر از آنچه موپرتوئی گزارش کرده بود است. در نتیجه نقاط پایانی نجومی با نقاط اصلی مطابقت نداشت و نمی‌توانست اختلافات عرض های جغرافیایی را بررسی کند.

ولی به دلیل آن که نقاط پایانی اصلی به عنوان ایستگاه های مثلث بندی در شبکه بودندُ، فاصله قابل اندازه گیری بود. در نهایت خطایی که برای اندازه گیری فاصله محاسبه شد نشان داد که خطای نسبتا زیادی برای اختلاف عرض های جغرافیایی مورد انتظار است.